

**TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**  
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ**

**NGUYỄN THỊ LINH KHUÊ**

**CHẨN ĐOÁN VẾT NỨT TRONG THANH**  
**BẰNG TẦN SỐ RIÊNG**

Ngành: Cơ kỹ thuật

Chuyên ngành: Cơ kỹ thuật

Mã số: 60 52 01 01

**TÓM TẮT LUẬN VĂN THẠC SĨ CƠ KỸ THUẬT**

## MỞ ĐẦU

Để đảm bảo sự làm việc an toàn và tránh các tai nạn có thể xảy ra, việc phát hiện kịp thời các vết nứt trong kết cấu là rất cần thiết. Do đó, thời gian gần đây trên các tạp chí về kỹ thuật công trình công bố nhiều công trình nghiên cứu về kết cấu có vết nứt.

Nội dung chính của việc nghiên cứu kết cấu có vết nứt bao gồm hai bài toán: Bài toán phân tích dao động hay còn gọi là bài toán thuận, nhằm nghiên cứu ứng xử của kết cấu khi xuất hiện (đã biết) vết nứt; Bài toán chẩn đoán, thực chất là một bài toán ngược, nhằm mục đích phát hiện vết nứt (vị trí, kích thước và số lượng vết nứt) trong kết cấu dựa trên các số liệu đo đạc về ứng xử của nó.

Nội dung của Bài toán thuận là khảo sát sự ảnh hưởng của các vết nứt lên ứng xử của công trình. Những nghiên cứu Bài toán thuận nêu trên là cơ sở quan trọng trong việc giải Bài toán chẩn đoán vết nứt.

Nội dung của Bài toán chẩn đoán vết nứt chính là việc xác định vị trí, kích thước và số lượng của vết nứt dựa trên các số liệu đo đạc về ứng xử của kết cấu. Chẩn đoán vết nứt có thể tiến hành bằng hai cách. Một gọi là phương pháp trực tiếp hay chẩn đoán theo triệu chứng (symptom based approach). Cách tiếp cận thứ hai dựa trên mô hình và được gọi là phương pháp mô hình (model based approach).

Trong việc giải bài toán chẩn đoán vết nứt bằng phương pháp mô hình, người ta có thể sử dụng các thông tin khác nhau về ứng xử của kết cấu làm đầu vào cho bài toán. Thông tin này bao gồm hai loại chính: các đặc trưng dao động của kết cấu như các tần số và dạng dao động riêng hoặc đáp ứng của kết cấu chịu tải trọng. Các đặc trưng dao động của kết cấu gắn liền với các tính chất cơ học của nó như khối lượng; độ cứng; kích thước hình học và các liên kết. Vì vậy, sử dụng các đặc trưng dao động để chẩn đoán vết nứt có ưu điểm là không phụ thuộc vào tác động bên ngoài. Những kết quả chính trong việc phát triển phương pháp dao động trong chẩn đoán hư hỏng kết cấu được tổng quan trong [1-3].

## 1. Tổng quan về bài toán chẩn đoán vết nứt trong thanh

Bài toán cơ bản đầu tiên về vấn đề này được nghiên cứu bởi Adams và các cộng sự [4] cho trường hợp thanh đàn hồi có khuyết tật làm suy giảm độ cứng cục bộ và được mô tả bằng một lò xo dọc trục có độ cứng chưa biết. Haisty và Springer [5] đã sử dụng mô hình lò xo dọc trục này để mô tả vết nứt trong một phần tử thanh. Các tác giả này đã đưa ra các công thức tính độ cứng của lò xo thay thế từ độ sâu vết nứt và sử dụng để xây dựng mô hình phần tử hữu hạn của thanh có vết nứt. Đồng thời, Chondros và Dirmarogonas [6] đã xây dựng hoàn chỉnh mô hình lò xo cho vết nứt trong thanh dựa trên lý thuyết cơ học phá hủy (xem Phụ lục 1). Ở đây các tác giả cũng đã đưa ra các công thức tính độ cứng lò xo tương đương được sử dụng để mô tả vết nứt trong dao động dọc trục. Sử dụng mô hình lò xo cho vết nứt, Narkis [7] đã thiết lập được một phương trình tần số gần đúng và đã sử dụng phương trình này để tìm nghiệm giải tích đối với vị trí vết nứt từ số liệu đo hai tần số riêng trong trường hợp điều kiện biên gối tựa đơn. Sau đó, Morassi [8] đã nghiên cứu chi tiết bản chất toán học của phổ tần số riêng của thanh có vết nứt và đưa ra các biện pháp để chẩn đoán vết nứt bằng tần số riêng. Ruotolo và Surace [9] đã thiết lập được phương trình tần số của thanh chứa nhiều vết nứt ở dạng định thức và sử dụng để phân tích chi tiết ảnh hưởng vị trí và độ sâu vết nứt đến tần số riêng.

Trong các nghiên cứu của Nguyen Tien Khiem và cộng sự [14] đã xây dựng được biểu thức hiển cho dạng dao động riêng cho thanh chứa nhiều vết nứt. Đồng thời các tác giả cũng đã thiết lập được một phương trình tần số mới để tính toán tần số riêng phụ thuộc vào vết nứt. Tuy nhiên ở các công trình này, các tác giả đã đi sâu nghiên cứu sự thay đổi các điểm nút của dạng riêng (tức các vị trí trong thanh mà dạng riêng triệt tiêu) với mục đích chẩn đoán vết nứt bằng dạng riêng. Davini [10] cùng cộng sự đã có một nghiên cứu thực nghiệm rất bài bản về dao động dọc trục trong thanh có vết nứt và đưa ra được những khuyến cáo bổ ích để chẩn đoán vết nứt bằng dao động. Tiếp đó, Dilena [11-12] và cộng sự đã giải bài toán chẩn đoán vết nứt

trong thanh với điều kiện biên không lý tưởng bằng tần số riêng và tần số phản cộng hưởng.

Bài toán chẩn đoán vết nứt trong thanh bằng các điểm nút đã được giải quyết bởi Gladwell và Morassi trong [13].

Gần đây, Nguyễn Tiến Khiêm và cộng sự đã giải quyết bài toán chẩn đoán vết nứt trong cọc bằng cách đo đặc hàm đáp ứng tần số [14]. Bằng cách này, chúng ta có thể tránh được các sai số đo đặc tần số riêng và các tần số cộng hưởng. Trong công bố này, các tác giả đã thiết lập được biểu thức hiển của phương trình tần số và hàm đáp ứng tần số cho thanh có nhiều vết nứt. Tuy nhiên, các tác giả mới chỉ sử dụng hàm đáp ứng tần số để chẩn đoán vết nứt mà chưa sử dụng phương trình tần số. Trong luận văn này, tác giả sử dụng phương trình tần số đã thiết lập cùng với các tần số đo của dao động dọc trục để chẩn đoán vết nứt trong thanh.

## 2. Đặt vấn đề và lựa chọn phương pháp nghiên cứu

Trong khi bài toán chẩn đoán vết nứt cho dầm đàn hồi đã được giải quyết trong rất nhiều công trình, xem tài liệu tham khảo trong [17], thì vấn đề chẩn đoán vết nứt trong thanh (hay sử dụng dao động dọc trục) còn ít được nghiên cứu như đã trình bày ngắn gọn ở trên. Đặc biệt việc chẩn đoán bằng tần số riêng và phương trình tần số chính xác vẫn chưa được nghiên cứu đầy đủ.

Vì vậy, **bài toán** đặt ra trong luận án này là:

- (1) Xây dựng mô hình dao động dọc trục của thanh có số lượng vết nứt bất kỳ, trong đó quan trọng nhất là thiết lập phương trình tần số ở dạng tường minh biểu diễn qua các tham số vết nứt;
- (2) Xây dựng một quy trình chẩn đoán vết nứt bằng tần số riêng sử dụng phương pháp điều chỉnh Tikhonov và phương pháp dò vết nứt (crack scanning method);
- (3) Thử nghiệm bằng số một số trường hợp cụ thể.

**Mục tiêu** của luận án này là xây dựng quy trình chẩn đoán vết nứt trong kết cấu dựa trên mô hình đã được chính xác hóa cùng với các tần số riêng đo đặc được.

**Đối tượng** nghiên cứu trong luận án là kết cấu đơn giản dạng thanh đàn hồi vì hai lý do sau đây. Một là, trong thực tế kỹ

thuật người ta sử dụng nhiều các cấu kiện dạng thanh (bar) chỉ chịu kéo nén dọc trục như cọc (pile) hay các bộ phận của dàn (truss). Hai là, dạng kết cấu này cho phép ta áp dụng nhiều phương pháp giải tích có độ chính xác cao.

**Phương pháp nghiên cứu** ở đây chủ yếu là giải tích, sự kết hợp của các phương pháp đã biết như phương pháp mô hình (model-based) và một phương pháp được GS. Nguyễn Tiến Khiêm đề xuất trong các công bố [18-19] được gọi là Phương pháp dò tìm vết nứt (Crack Scanning Method). Đồng thời đề giải các bài toán chẩn đoán trong trường hợp thiếu số liệu đo và/hoặc sai số trong số liệu liệu đo, đã áp dụng phương pháp điều chỉnh Tikhonov.

Nội dung của luận án bao gồm các phần sau:

**Đặt vấn đề nghiên cứu:** trình bày tổng quan về bài toán chẩn đoán hư hỏng kết cấu nói chung, các vết nứt nói riêng và các phương pháp chẩn đoán vết nứt. Ở đây tập trung giới thiệu những kết quả chính về phương pháp dao động ứng dụng trong chẩn đoán hư hỏng kết cấu.

**Chương 1** trình bày lý thuyết dao động dọc trục của thanh có vết nứt, thiết lập phương trình tần số cho dao động dọc trục của thanh có nhiều vết nứt với điều kiện biên tổng quát.

**Chương 2** trình bày nội dung bài toán chẩn đoán vết nứt trong thanh bằng tần số riêng; phương pháp dò tìm vết nứt và đưa ra một quy trình chẩn đoán vết nứt bằng tần số riêng.

**Chương 3** trình bày các kết quả tính toán bằng số và thảo luận.

**Kết luận chung** nêu những kết quả chính đã nhận được trong luận văn và những vấn đề cần phải tiếp tục nghiên cứu.

**Tài liệu tham khảo** bao gồm 20 tài liệu về vấn đề nghiên cứu, trong đó có 02 công bố mà tác giả luận văn là đồng tác giả.

**Phụ lục 1** nêu các công thức khác nhau để tính độ cứng lò xo tương đương sử dụng để mô tả vết nứt;

**Phụ lục 2** trình bày ứng dụng khai triển kỳ dị của một ma trận bất kỳ vào việc giải phương trình đại số với ma trận hệ số không vuông hoặc kỳ dị;

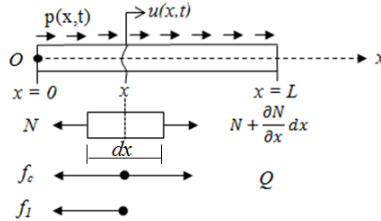
**Phụ lục 3** tóm tắt sơ lược về phương pháp điều chỉnh Tikhonov và ứng dụng để giải bài toán chẩn đoán.

## CHƯƠNG 1

### LÝ THUYẾT DAO ĐỘNG CỦA THANH CÓ VẾT NỨT

#### 1.1. Phương trình cơ bản

Xét một thanh thẳng (Hình 1.1) có tiết diện đều với các đặc trưng hình học và vật liệu sau đây:  $E$  – modul đàn hồi;  $F$  – diện tích tiết diện ngang;  $\rho$  – mật độ khối;  $L$  – chiều dài. Ký hiệu  $u(x,t)$  là chuyển vị mặt cắt tại  $x$ .



Hình 1.1. Mô hình dao động dọc trục của thanh.

Sử dụng nguyên lý D’Alambert ta có phương trình

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial N}{\partial x} = p(x,t) \quad (1.1)$$

Theo định luật Hook  $\sigma = E\varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x}$ , do vậy lực kéo tổng cộng

$$N = F\sigma = FE\varepsilon = EF \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (1.2)$$

Khi đó phương trình (1.1.1) có thể viết ở dạng

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( EF \frac{\partial u}{\partial x} \right) = p(x,t). \quad (1.3)$$

Đây là phương trình dao động của thanh, được giải cùng với các điều kiện biên và điều kiện đầu. Thông thường điều kiện biên thường là cho chuyển vị hoặc lực, ở đây chúng ta có thể viết điều kiện biên tổng quát ở hai đầu thanh như sau:

$$\text{tại } x=0: \alpha_0 u(x,t) + \beta_0 u'_x(x,t) = 0 \quad (1.4)$$

$$\text{và tại } x=L: \alpha_1 u(x,t) + \beta_1 u'_x(x,t) = 0. \quad (1.5)$$

#### 1.2. Dao động riêng của thanh không có vết nứt

Xét bài toán dao động tự do, khi lực ngoài và lực cản bằng không

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left( EF \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0. \quad (1.12)$$

Trong trường hợp các tham số hình học, vật liệu là hằng số ta được

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0; c = \sqrt{E/\rho}. \quad (1.13)$$

Đây là phương trình sóng một chiều với vận tốc truyền sóng bằng  $c$  phụ thuộc vào môi trường vật liệu, không phụ thuộc vào hình học của kết cấu.

Đặt: 
$$u(x,t) = U(x)e^{i\omega t}, \quad (1.14)$$

Từ đây ta có phương trình để xác định dạng dao động riêng

$$U_x''(x) + \lambda^2 U(x) = 0, \lambda = \omega / c. \quad (1.16)$$

Để dàng nhận thấy nghiệm tổng quát của phương trình (1.2.5) có dạng

$$U(x) = A \cos \lambda x + B \sin \lambda x, \quad (1.17)$$

trong đó các hằng số A, B xác định từ điều kiện biên.

Để hệ phương trình trên có nghiệm khác không thì điều kiện phải thỏa mãn

$$(\alpha_0 \alpha_1 + \lambda^2 \beta_0 \beta_1) \sin \lambda + \lambda (\alpha_0 \beta_1 - \alpha_1 \beta_0) \cos \lambda = 0. \quad (1.20)$$

Đây chính là phương trình tần số dao động dọc trục của thanh với điều kiện biên tổng quát. Giải phương trình này đối với  $\lambda$  ta được các nghiệm

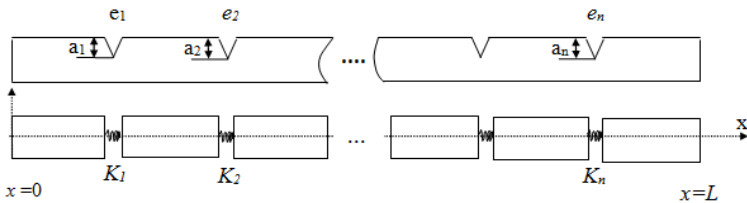
$$\lambda_k, k = 1, 2, 3, \dots$$

được gọi là các trị riêng của thanh. Ứng với mỗi trị riêng này ta có thể xác định các tần số riêng và dạng dao động riêng

$$\omega_k = \lambda_k \sqrt{E/\rho}, \varphi_k(x) = C_k [A_k \cos \lambda_k x + B_k \sin \lambda_k x]; k = 1, 2, 3, \dots \quad (1.2.6)$$

với các hằng số  $A_k, B_k$  được tính từ  $\lambda_k$ .

### 1.3. Dao động của thanh có vết nứt



Hình 1.2: Mô hình thanh có vết nứt.

Xét một thanh đàn hồi có tiết diện không đổi và các hằng số  $E$  – mô đun đàn hồi;  $\rho$  – khối lượng riêng;  $F$  – diện tích tiết diện ngang;  $L$  – chiều dài thanh. Giả sử thanh chứa  $n$  vết nứt ngang tại các vị trí  $e_1, \dots, e_n$  và có độ sâu tương ứng là  $a_1, \dots, a_n$  (Hình 2.1). Vết nứt được mô tả bằng lò xo dọc trục có độ cứng là  $K_j, j=1, \dots, n$  được tính từ độ sâu vết nứt.

Như trên, chúng ta đã thiết lập được phương trình dao động riêng của thanh có dạng

$$U''(x) + \lambda^2 U(x) = 0, x \in (0, 1), \lambda = \omega L \sqrt{\rho / E}. \quad (1.28)$$

Tại các vết nứt nghiệm của phương trình (1.28) phải thỏa mãn điều kiện

$$EFU'(e_j + 0) = EFU'(e_j - 0) = EFU'(e_j); \quad (1.29)$$

$$K_j[U(e_j + 0) - U(e_j - 0)] = EFU'(e_j), j = 1, \dots, n$$

hay

$$U'(e_j + 0) = U'(e_j - 0) = U'(e_j)$$

$$U(e_j + 0) = U(e_j - 0) + \gamma_j U'(e_j), \gamma_j = EF / LK_j, j = 1, \dots, n. \quad (1.30)$$

Ký hiệu nghiệm của phương trình (1.12) giữa hai vết nứt

$$(e_{j-1}, e_j), j = 1, \dots, n+1, e_0 = 0, e_{n+1} = 1$$

là:  $U_j(x), j = 1, \dots, n+1$ ,

khi đó các hàm này phải thỏa mãn điều kiện (1.30) được viết lại thành

$$U'_{j+1}(e_j + 0) = U'_j(e_j - 0) = U'_j(e_j); \quad (1.31)$$

$$U_{j+1}(e_j + 0) = U_j(e_j - 0) + \gamma_j U'_j(e_j), j = 1, \dots, n.$$

Ta có thể chứng minh được rằng các hàm

$$U_{j+1}(x), x \in (e_j, e_{j+1})$$

được biểu diễn ở dạng

$$U_{j+1}(x) = U_j(x) + \gamma_j U'_j(e_j) \cos \lambda(x - e_j), j = 1, \dots, n, \quad (1.32)$$

trong đó  $U_j(x)$  nghiệm phương trình (1.28) trong đoạn  $(e_{j-1}, e_j)$  được mở rộng liên tục cho đoạn tiếp theo  $(e_j, e_{j+1})$ .



Từ công thức truy hồi (1.32) ta có thể biểu diễn nghiệm tổng quát của phương trình (1.28) ở dạng

$$U(x) = C[L_0(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j K(x - e_j)], \quad (1.35)$$

trong đó  $L_0(x) = \alpha_0 \sin \lambda x - \lambda \beta_0 \cos \lambda x$

là nghiệm liên tục của phương trình (1.28) thỏa mãn điều kiện biên tại  $x = 0$ ,  $C$  là hằng số xác định từ điều kiện biên bên phải tại  $x = 1$  và

$$K(x) = \begin{cases} \cos \lambda x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (1.36)$$

Các tham số  $\mu_1, \dots, \mu_n$  được tính công thức truy hồi

$$\mu_j = \gamma_j [L'_0(e_j) - \lambda \sum_{k=1}^{j-1} \mu_k \sin \lambda(e_j - e_k)], \quad j = 1, \dots, n. \quad (1.37)$$

Giả sử các điều kiện có dạng tổng quát là

$$\alpha_0 U(0) + \beta_0 U'(0) = 0; \alpha_1 U(1) + \beta_1 U'(1) = 0. \quad (1.47)$$

Khi đó điều kiện biên bên phải  $x = 1$  sẽ là

$$C\{[\alpha_1 L_0(1) + \beta_1 L'_0(1)] + \sum_{j=1}^n \mu_j [\alpha_1 S(1 - e_j) + \beta_1 S'(1 - e_j)]\} = 0 \quad (1.48)$$

Do vậy ta nhận được

$$D(\lambda) \equiv \alpha_1 L_0(1) + \beta_1 L'_0(1) + \sum_{j=1}^n \mu_j [\alpha_1 \cos \lambda(1 - e_j) - \lambda \beta_1 \sin \lambda(1 - e_j)] = 0. \quad (1.49)$$

Đây chính là phương trình tần số của thanh chứa nhiều vết nứt, nó được giải cùng với phương trình (1.37) thông qua ẩn  $\lambda$ , sau bằng công thức

$$\omega_k = (\lambda_k / L) \sqrt{E / \rho}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1.50)$$

Và dạng riêng sẽ được tính bằng công thức

$$u_k(x) = C[L_0(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j K(x - e_j)] \Big|_{\lambda = \lambda_k} \quad (1.51)$$

cùng với (1.37) khi  $\lambda = \lambda_k$ . Lúc ấy hằng số tùy ý  $C$  được xác định bằng điều kiện chuẩn hóa, có thể là :

$$\max_x u_k(x) = 1 \quad (1.52)$$

#### 1.4. Hàm đáp ứng tần số

Xét bài toán dao động cưỡng bức của thanh vị nứt nêu trên được mô tả bằng phương trình

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial u}{\partial t} - EF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = q_0(t) \delta(x - x_0), \quad 0 < x < 1. \quad (1.57)$$

trong đó  $\eta$  là hệ số cản và  $\delta(x - x_0)$  là hàm delta Dirac. Biến đổi Phurie hai vế phương trình (1.57) ta được

$$U''(x) + \lambda^2 U(x) = -Q_0(\omega) \delta(x - x_0),$$

$$\lambda^2 = (\omega/c)^2 - i\omega\eta/EF, \quad (1.58)$$

$$Q_0(\omega) = (1/EF) \int_{-\infty}^{\infty} q_0(t) e^{-i\omega t} dt.$$

Dễ dàng nhận thấy, nghiệm tổng quát của phương trình trên có dạng

$$U(x, \omega) = U_0(x, \lambda) - Q_0(\omega) \int_0^x h(x-s) \delta(s - x_0) ds, \quad (1.59)$$

trong đó  $U_0(x, \lambda)$  là nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất (1.28) và

$$h(x) = (1/\lambda) \sin \lambda x. \quad (1.60)$$

Tính tích phân bên phải phương trình (1.59) ta được

$$U(x, \omega) = U_0(x, \lambda) - Q_0(\omega) h(x - x_0) \quad (1.61)$$

Sử dụng biểu thức (1.16) của nghiệm tổng quát phương trình thuần nhất ta có

$$U(x, \omega) = C[L_0(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j K(x - e_j)] - Q_0(\omega) h(x - x_0). \quad (1.62)$$

và sau đó áp điều kiện biên bên phải cho nghiệm này ta được

$$C\{\alpha_1 L_0(1) + \beta_1 L_0'(1) + \sum_{j=1}^n \mu_j [\alpha_1 S(1 - e_j) + \beta_1 S'(1 - e_j)]\} +$$

$$- Q_0(\omega) [\alpha_1 h(1 - x_0) + \beta_1 h'(1 - x_0)] = 0. \quad (1.63)$$

Từ phương trình cuối ta tìm được hằng số tích phân C bằng

$$C = \frac{Q_0(\omega) a_0 [\alpha_1 h(1 - x_0) + \beta_1 h'(1 - x_0)]}{[\alpha_1 L_0(1) + \beta_1 L_0'(1) + \sum_{j=1}^n \mu_j [\alpha_1 K(1 - e_j) + \beta_1 K'(1 - e_j)]}. \quad (1.64)$$

Như vậy cuối cùng ta được

$$U(x, \omega) = Q_0(\omega) \left[ \frac{[\alpha_1 h(1-x_0) + \beta_1 h'(1-x_0)] [L_0(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j K(x-e_j)]}{[\alpha_1 L_0(1) + \beta_1 L_0'(1)] + \sum_{j=1}^n \mu_j [\alpha_1 K(1-e_j) + \beta_1 K'(1-e_j)]} - h(x-x_0) \right] \quad (1.65)$$

Theo định nghĩa hàm đáp ứng tần số

$$FRF(x, x_0, \omega) = H(x, x_0, \omega) = U(x, \omega) / Q_0(\omega) \quad (1.66)$$

trong đó  $x$  là điểm đo đáp ứng và  $x_0$  là điểm đặt lực có cường độ  $Q_0$  và sử dụng công thức (1.58) ta được biểu thức tổng quát của hàm phổ phản ứng

$$H(x, x_0, \omega) = \left[ \frac{[\alpha_1 h(1-x_0) + \beta_1 h'(1-x_0)] [L_0(x) + \sum_{j=1}^n \mu_j K(x-e_j)]}{[\alpha_1 L_0(1) + \beta_1 L_0'(1)] + \sum_{j=1}^n \mu_j [\alpha_1 K(1-e_j) + \beta_1 K'(1-e_j)]} - h(x-x_0) \right] \quad (1.67)$$

## Kết luận Chương 1

Trong Chương này chúng ta đã thiết lập được biểu thức giải tích cho phương trình tần số và hàm đáp ứng phổ của thanh có số lượng vết nứt bất kỳ. Phương trình tần số tường minh này không chỉ giúp ta dễ dàng giải bằng các phương pháp thông dụng như phương pháp chia đôi hay phương pháp dây cung, ... để tìm tần số riêng, mà còn là một công cụ rất hữu ích để xây dựng thuật toán chẩn đoán vết nứt bằng cách đo đặc tần số riêng.

## CHƯƠNG II

### CHẨN ĐOÁN VẾT NỨT TRONG THANH

#### 2.1. Bài toán chẩn đoán [19]

Việc xác định vết nứt trong kết cấu hết sức quan trọng, nó giúp ta tránh được các tai nạn, sự cố có thể xảy ra. Công việc chẩn đoán vết nứt bao gồm ba giai đoạn: Một là xác định kết cấu bị nứt hay không; Hai là vị trí vết nứt có thể xảy ra và Ba là độ sâu hay độ lớn của vết nứt. Cả ba công việc trên có thể làm từng bước nhưng cũng có thể được thực hiện đồng thời. Có một cách tiếp cận cho phép ta thực hiện cả ba công đoạn của việc chẩn đoán vết nứt một cách đồng thời như sau. Giải sử vết nứt với độ sâu chưa biết xuất hiện ở một tập hợp đủ lớn các vị trí khác

nhau  $e_1, \dots, e_n$  thuộc một lưới chia kết cấu với  $n$  đủ lớn lớn để không bỏ sót một khu vực nào đó không được kiểm tra. Nếu sử dụng các phép đo đặc thực tế các đặc trưng của kết cấu, ví dụ các tần số riêng  $\omega_1, \dots, \omega_m$  và một mô hình của kết cấu có  $n$  vết nứt ta có thể tìm được độ sâu của các vết nứt giả thiết nêu trên là  $\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n$ . Về nguyên tắc, độ sâu vết nứt là không âm, nên các giá trị độ sâu vết nứt tìm được âm hoặc rất bé (xấp xỉ bằng 0) thì ta chấp nhận tại vị trí tương ứng với các độ sâu đó là không có vết nứt. Những vị trí đó bị loại khỏi tập hợp các vết nứt đã giả thiết nêu trên và chúng ta sẽ nhận được một tập vị trí vết nứt nhỏ hơn tập ban đầu. Tiếp tục sử dụng tập vị trí các vết nứt có độ sâu lớn hơn 0 này tại giải lại bài toán để tìm độ sâu của chúng. Sau khi loại bỏ các độ sâu âm và nhỏ đi ta lại được một tập các vị trí vết nứt mới. Công việc này được tiếp tục cho đến khi nào tất cả các vết nứt giả thiết đều có độ sâu lớn hơn không thì dừng lại. Khi đó ta được cả ba điều cần thiết: một là số lượng vết nứt có thể; hai là vị trí các vết nứt có thể và ba là độ sâu tương ứng của chúng. Cách tiếp cận này đã được đề xuất và phát triển bởi GS. Nguyễn Tiến Khiêm và đã được áp dụng trong việc chẩn đoán vết nứt bằng tần số và dạng dao động riêng của dầm đàn hồi. Phương pháp chẩn đoán vết nứt này gọi là phương pháp dò tìm vết nứt (Crack Scanning Method).

Ở đây, phương pháp dò tìm vết nứt được áp dụng để chẩn đoán vết nứt trong thanh bằng tần số riêng.

Bài toán đặt ra như sau: Giả sử ta có thể đo được  $m$  tần số riêng  $\omega_1, \dots, \omega_m$ . Giả thiết thanh có  $n$  vết nứt tại các vị trí  $e_1, \dots, e_n$  với độ sâu  $a_1, \dots, a_n$  và chúng ta có thể thiết lập phương trình tần số như đã làm trong Chương 2. Các tần số đo phải thỏa mãn phương trình tần số, được viết lại ở dạng

$$f(\omega_k, \mathbf{e}, \mathbf{a}) = 0, k = 1, 2, \dots, m, \\ \mathbf{e} = (e_1, \dots, e_n), \mathbf{a} = (a_1, \dots, a_n) \quad (2.1)$$

Sử dụng  $m$  phương trình trên để tìm  $2n$  ẩn  $(\mathbf{e}, \mathbf{a})$  là nội dung của bài toán chẩn đoán vết nứt bằng tần số riêng.

Trong trường hợp tổng quát phương trình tần số (1.49) có thể viết lại ở dạng

$$D(\lambda) \equiv H(1) + \sum_{j=1}^n \mu_j H_1(1 - e_j) = 0, \quad (2.2)$$

$$\mu_j = \lambda \gamma_j [H_0(e_j) - \sum_{k=1}^{j-1} \mu_k \sin \lambda(e_j - e_k)], j = 1, \dots, n. \quad (2.3)$$

trong đó

$$H_0(x, \lambda) = \alpha_0 \cos \lambda x + \lambda \beta_0 \sin \lambda x; \quad (2.4)$$

$$H_1(x, \lambda) = \alpha_1 \cos \lambda x - \lambda \beta_1 \cos \lambda x; \quad (2.5)$$

$$H(x, \lambda) = \alpha \sin \lambda x - \lambda \beta \cos \lambda x; \quad (2.6)$$

$$\alpha = \alpha_0 \alpha_1 + \lambda^2 \beta_0 \beta_1; \beta = \alpha_1 \beta_0 - \alpha_0 \beta_1. \quad (2.7)$$

Thay (2.3) vào (2.2) khử các tham số  $\mu_j$ , cuối cùng ta được

$$\begin{aligned} D(\lambda) \equiv & d_0(\lambda) + \lambda \sum_{j=1}^n \gamma_j d_1(e_j) - \lambda^2 \sum_{j=2}^n \sum_{k=1}^{j-1} d_2(\lambda, e_j, e_k) \gamma_j \gamma_k + \\ & + \lambda^3 \sum_{j=3}^n \sum_{k=2}^{j-1} \sum_{r=1}^{k-1} d_3(\lambda, e_j, e_k, e_r) \gamma_j \gamma_k \gamma_r + \dots \\ & - (-\lambda)^n d_n(\lambda, e_1, \dots, e_n) \gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_n = 0, \end{aligned} \quad (2.8)$$

trong đó

$$d_0(\lambda) = H(1);$$

$$d_1(\lambda, e_j) = H_1(1 - e_j) H_0(e_j);$$

$$d_2(\lambda, e_j, e_k) = H_1(1 - e_j) \sin \lambda(e_j - e_k) H_0(e_k);$$

$$d_3(\lambda, e_j, e_k, e_r) = H_1(1 - e_j) \sin \lambda(e_j - e_k) \sin \lambda(e_k - e_r) H_0(e_r);$$

⋮

$$\begin{aligned} d_n(\lambda, e_n, \dots, e_1) = & H_1(1 - e_n) \sin \lambda(e_n - e_{n-1}) \sin \lambda(e_{n-1} - e_{n-2}) \\ & \dots \sin \lambda(e_2 - e_1) H_0(e_1). \end{aligned} \quad (2.9)$$

+ Trường hợp có một vết nút phương trình tần số là:

$$D_1(\lambda) \equiv d_0(\lambda) + \lambda \gamma_1 d_1(\lambda, e_1) = 0; \quad (2.10)$$

+ Trường hợp có hai vết nút phương trình tần số là:

$$\begin{aligned} D_2(\lambda) \equiv & d_0(\lambda) + \lambda \gamma_1 d_1(\lambda, e_1) + \lambda \gamma_2 d_1(\lambda, e_2) \\ & - \lambda^2 \gamma_1 \gamma_2 d_2(\lambda, e_2, e_1) = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

+ Trường hợp có ba vết nút phương trình tần số là

$$\begin{aligned}
D_3(\lambda) \equiv & d_0(\lambda) + \lambda\gamma_1 d_1(\lambda, e_1) + \lambda\gamma_2 d_1(\lambda, e_2) + \lambda\gamma_3 d_1(\lambda, e_3) - \\
& - \lambda^2 \gamma_1 \gamma_2 d_2(\lambda, e_2, e_1) - \lambda^2 \gamma_1 \gamma_3 d_2(\lambda, e_3, e_1) - \\
& - \lambda^2 \gamma_2 \gamma_3 d_2(\lambda, e_3, e_2) + \lambda^3 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 d_3(\lambda, e_3, e_2, e_1) = 0.
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Nếu các vết nứt có độ lớn  $\gamma_j = \chi \bar{\gamma}_j$  với  $\chi$  là tham số bé, thì các xấp xỉ tiệm cận theo tham số bé của phương trình tần số (2.8) sẽ là

+ Xấp xỉ bậc nhất:

$$D(\lambda) \equiv d_0(\lambda) + \lambda \sum_{j=1}^n \gamma_j d_1(e_j) = 0; \tag{2.13}$$

+ Xấp xỉ bậc hai:

$$D(\lambda) \equiv d_0(\lambda) + \lambda \sum_{j=1}^n \gamma_j d_1(e_j) - \lambda^2 \sum_{j=2}^n \sum_{k=1}^{j-1} d_2(\lambda, e_j, e_k) \gamma_j \gamma_k = 0 \tag{2.14}$$

+ Xấp xỉ bậc ba:

$$\begin{aligned}
D(\lambda) \equiv & d_0(\lambda) + \lambda \sum_{j=1}^n \gamma_j d_1(e_j) - \lambda^2 \sum_{j=2}^n \sum_{k=1}^{j-1} d_2(\lambda, e_j, e_k) \gamma_j \gamma_k + \\
& + \lambda^3 \sum_{j=3}^n \sum_{k=2}^{j-1} \sum_{r=1}^{k-1} d_3(\lambda, e_j, e_k, e_r) \gamma_j \gamma_k \gamma_r = 0.
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Phương trình (2.13) đã được thiết lập bởi Narkis cho trường hợp thanh có một vết nứt và Morassi [8] Ruotolo và Surace [9] cho thanh có nhiều vết nứt và các gần đúng bậc cao cho thanh có nhiều vết nứt đã được thiết lập bởi GS. Nguyễn Tiến Khiêm và cộng sự [14-15]. Ở đây các gần đúng nêu trên cho thanh có nhiều vết nứt được thiết lập lần đầu tiên và chúng sẽ được sử dụng để chẩn đoán vết nứt từ tần số riêng dưới đây.

## 2.2. Chẩn đoán một vết nứt trong thanh

Giả thiết là trong thanh có một vết nứt tại vị trí  $e_1$  và độ sâu  $a_1$ . Khi đó phương trình tần số có dạng

$$\lambda \gamma_1 d_1(\lambda, e_1) + d_0(\lambda) = 0; \tag{2.16}$$

$$d_0(\lambda) = (\alpha_0 \alpha_1 + \lambda^2 \beta_0 \beta_1) \sin \lambda + \lambda (\alpha_0 \beta_1 - \alpha_1 \beta_0) \cos \lambda \tag{2.17}$$

$$\begin{aligned}
d_1(\lambda, e_1) = & (\alpha_0 \cos \lambda e_1 + \lambda \beta_0 \sin \lambda e_1)^* \\
& [\alpha_1 \cos \lambda(1 - e_1) - \lambda \beta_1 \sin \lambda(1 - e_1)]
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Phương trình (2.16) đã được Adams và cộng sự [4] thiết lập và sử dụng để xác định vị trí vết nứt bằng hai tần số riêng  $\omega_1, \omega_2$  như sau:

Từ các tần số riêng đo được ta tính được  $\lambda_k = \omega_k / c, k = 1, 2$ , do đó ta tính được các giá trị  $d_0(\lambda_k), k = 1, 2$  và xác định được hai hàm số của biến  $e_1 : d_1(\lambda_1, e_1); d_1(\lambda_2, e_1)$ . Khi đó, từ (2.16) ta có phương trình

$$\frac{d_0(\lambda_1)}{\lambda_1 d_1(\lambda_1, e_1)} = \frac{d_0(\lambda_2)}{\lambda_2 d_1(\lambda_2, e_1)} = -\gamma_1. \quad (2.19)$$

Hay

$$h(e_1) = \lambda_2 d_0(\lambda_1) d_1(\lambda_2, e_1) - \lambda_1 d_0(\lambda_2) d_1(\lambda_1, e_1) = 0. \quad (2.20)$$

Vẽ các hàm số trên trong đoạn (0,1) ta sẽ tìm được nghiệm của phương trình đối với  $e_1$ , tức là tìm được vị trí vết nứt  $\hat{e}_1$ . Sau đó ta tính được độ lớn vết nứt

$$\hat{\gamma}_1 = EF / K_1 = I_c (a_1 / h_1). \quad (2.21)$$

phương trình cuối cho phép ta xác định được độ sâu vết nứt.

Trong bài toán trên, dễ dàng nhận thấy bài toán không thể giải được khi vết nứt xuất hiện tại vị trí  $e^*$  là nghiệm của phương trình

$$d_1(\lambda, e^*) = (\alpha_0 \cos \lambda e^* + \lambda \beta_0 \sin \lambda e^*)^* \quad (2.22)$$

$$[\alpha_1 \cos \lambda(1 - e^*) - \lambda \beta_1 \sin \lambda(1 - e^*)] = 0.$$

Ta có thể nhận thấy rằng nếu khi vết nứt xuất hiện tại các vị trí là nghiệm của phương trình (2.22) thì tần số riêng của thanh sẽ không thay đổi do vết nứt, tức  $\lambda = \lambda_0$ , trong đó  $\lambda_0$  thỏa mãn phương trình

$$d_0(\lambda) = 0. \quad (2.23)$$

Vì vậy, nghiệm của phương trình (2.22) được gọi là các điểm nứt tần số (vì vết nứt xuất hiện tại đó không làm thay đổi tần số của thanh). Lúc này phương trình (2.22) có thể viết lại thành

$$\alpha_0 \cos \lambda_0 e + \lambda_0 \beta_0 \sin \lambda_0 e = 0 \quad (2.24)$$

$$\alpha_1 \cos \lambda_0(1 - e) - \lambda_0 \beta_1 \sin \lambda_0(1 - e) = 0, \quad (2.25)$$

Có thể nhận được nghiệm của các phương trình (2.24)-(2.26) trong các trường hợp điều kiện biên cổ điển và kết quả tìm các nút tần số cho trong bảng 2.1.

Bảng 2.1. Các điểm nút tần số của thanh có một vết nứt

Điều kiện biên	Dạng dao động		
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
Ngàm-Tự do	1.0	1/3; 1.0	1/5; 3/5; 1.0
Ngàm-Ngàm	1/2	1/4; 3/4	1/6; 1/2; 5/6
Tự do – Tự do	0; 1.0	0; 1/2; 1.0	0; 1/3; 2/3; 1.0

Như vậy, các điểm nút tần số nhận được nêu trên cho phép ta chẩn đoán sơ bộ vết nứt trong thanh bằng tần số riêng đo đạc như sau:

(a) Nếu khi đo đạc ta phát hiện ra tần số thứ nhất không thay đổi nhưng các tần số khác có thay đổi thì ta có thể phỏng đoán là vết nứt xuất hiện ở các điểm nút của tần số thứ nhất;

(b) Tuy nhiên đối với thanh có hai đầu ngàm nếu tần số thứ nhất và thứ ba không thay đổi, nhưng tần số thứ hai có thay đổi thì ta có thể kết luận vết nứt tại vị trí giữa thanh;

(c) Nếu cả ba tần số không thay đổi thì có thể không có vết nứt hoặc vết nứt gắn với đầu tự do.

(d) Khi cả ba tần số đều thay đổi thì ta sử dụng phương pháp giải tích như đã trình bày ở trên.

### 2.3. Quy trình chẩn đoán nhiều vết nứt trong thanh

#### 2.3.1. Lời giải bài toán chẩn đoán

Giả thiết thanh có  $n$  vết nứt tại các vị trí đã biết  $e_1, \dots, e_n$  với các độ lớn chưa biết cần phải tìm là  $\gamma_1, \dots, \gamma_n$ . Sử dụng phương trình dạng riêng (2.1) với các trị riêng và vị vết nứt đã biết trên, ta sẽ nhận được hệ phương trình tuyến tính

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (2.43)$$

trong đó

$$\mathbf{b} = \{d_0(\lambda_1^*), \dots, d_0(\lambda_m^*)\}^T; \quad \mathbf{x} = \{\gamma_1, \dots, \gamma_n\}^T;$$

$$\mathbf{A} = [a_{kj}, j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m]; \quad a_{kj}(\lambda_r^*) = \lambda_k^* d_1(\lambda_k^*, e_j) \quad (2.44)$$

Như vậy, ta nhận được hệ  $m$  phương trình đại số tuyến tính của  $n$  ẩn là các tham số độ lớn (magnitude) vết nứt ứng với các vị trí vết nứt đã giả thiết ở trên. Do số lượng vết nứt phải giả



thiết là rất lớn, nhưng số lượng tần số đo được là có hạn, nên ma trận  $\mathbf{A}$  thường là không vuông ( $m \ll n$ ) và nhiễu đo không thể loại trừ trong số liệu đo tần số riêng.

Áp dụng phương pháp điều chỉnh Tikhonov như đã trình bày ở Phụ lục 2 cùng với khai triển giá trị kỳ dị (SVD) của ma trận  $\mathbf{A}$  ta sẽ được biểu thức nghiệm  $\mathbf{x}$  của phương trình (2.43) dưới dạng sau

$$\mathbf{x} = \sum_{k=1}^R \frac{\sigma_k (\mathbf{u}_k^T \mathbf{b})}{\alpha + \sigma_k^2} \mathbf{v}_k, \quad (2.45)$$

trong đó,

$$\sigma_k, k = 1, \dots, R, R = \text{rank}(\mathbf{A}_r)$$

là các giá trị kỳ dị (singular) và  $(\mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k, k = 1, \dots, R)$  là các véc tơ kỳ dị bên trái và bên phải của ma trận  $\mathbf{A}$ . Tham số điều chỉnh  $\alpha$  được chọn từ phương trình

$$\|\mathbf{Ax}(\alpha) - \mathbf{b}\|^2 = \sum_{k=1}^R \frac{(\mathbf{u}_k^T \mathbf{b})^2}{(1 + \sigma_k^2 / \alpha)^2} + \sum_{k=R+1}^m (\mathbf{u}_k^T \mathbf{b})^2 = \delta^2, \quad (2.46)$$

luôn có nghiệm  $\hat{\alpha}$  duy nhất với điều kiện

$$\sum_{k=R+1}^m (\mathbf{u}_k^T \mathbf{b}_r)^2 = \|\mathbf{b}_r^0\|^2 < \delta^2 < \|\mathbf{b}_r\|^2 = \sum_{k=1}^m (\mathbf{u}_k^T \mathbf{b}_r)^2. \quad (2.47)$$

Loại bỏ các thành phần bằng 0 và âm trong véc tơ  $\hat{\gamma} = \{\gamma_1, \dots, \gamma_n\}^T$  ta được một véc tơ  $\{\bar{\gamma}_i, i = 1, \dots, n_c\}$  chứa độ lớn của các vết nứt được chẩn đoán là xuất hiện tại các vị trí  $\{e_i, i = 1, \dots, n_c\}$ . Để tìm độ sâu vết nứt ta phải giải các phương trình

$$f(a_j) = \hat{\gamma}_j, j = 1, 2, \dots, n_c \quad (2.48)$$

với hàm  $f(a)$  được chọn là một trong các hàm trong Phụ lục 1.

Đây là nội dung và lời giải của bài toán chẩn đoán đa vết nứt từ dạng riêng đo đặc có sử dụng phương pháp điều chỉnh Tikhonov. Rõ ràng lời giải nhận được theo các định lý về phương pháp điều chỉnh Tikhonov là ổn định đối với nhiễu đo đặc của dạng riêng.

### 2.3.2. Thuật toán nhận dạng vết nứt

Thuật toán nhận dạng vết nứt trong đảm bảo gồm các bước sau:

**Bước 1:** Tạo một lưới quét  $\{0 \leq e_1 < e_2, \dots < e_n \leq 1\}$  dọc theo thanh và giả thiết tại các điểm của lưới quét này xuất hiện các vết nứt có độ lớn  $\gamma = \{\gamma_1, \dots, \gamma_n\}^T$ .

**Bước 2:** Dựa trên mô hình dầm có vết nứt tại các vị trí  $(e_1, \dots, e_n)$ , thiết lập các phương trình (2.43), (2.44) và do đó ta xác định được các véc tơ kỳ dị trái và phải và giá trị kỳ dị của ma trận **A**.

**Bước 3:** Giải phương trình (2.46) với mức độ sai số đo đạc cho trước, ta được hệ số điều chỉnh  $\hat{\alpha}$  và nghiệm  $\mathbf{x}(\hat{\alpha}) = \{\hat{\gamma}_1, \dots, \hat{\gamma}_n\}$  tính theo công thức (2.45).

**Bước 4:** Loại các giá trị âm và bằng 0 trong véc tơ độ lớn vết nứt tìm được  $\{\hat{\gamma}_1, \dots, \hat{\gamma}_n\}$  ta sẽ nhận được véc tơ độ lớn của các vết nứt có thể  $\{\bar{\gamma}_i, i = 1, \dots, n_c\}$ ;

**Bước 5:** Giải phương trình (2.48) để tìm được các độ sâu vết nứt tương ứng là  $\{\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_{n_c}\}$  và xác định các vị trí vết nứt tương ứng với các độ sâu vết nứt dương  $\{\bar{e}_i, i = 1, \dots, n_c\}$ .

**Bước 6:** Như vậy ta đã xác định được vị trí, độ sâu đồng thời với số lượng vết nứt  $n_c$ .

### Kết luận Chương 2

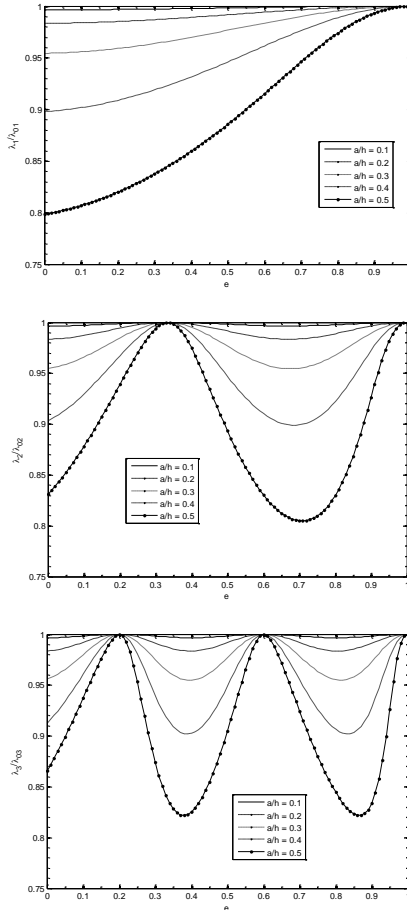
Trong Chương này, tác giả đã trình bày bài toán chẩn đoán đa vết nứt bằng tần số riêng và thiết lập phương trình tần số cho thanh chứa  $n$  vết nứt ở dạng đa thức bậc  $n$  của độ lớn vết nứt với các hệ số là hàm của vị trí vết nứt. Phương trình cho phép ta nhận được các xấp xỉ tiệm cận của phương trình tần số đối với độ lớn vết nứt, trong đó xấp xỉ bậc nhất là phương trình đã được một số tác giả thiết lập. Các xấp xỉ bậc cao hơn là các phương trình được thiết lập lần đầu tiên ở luận văn này cho trường hợp dao động dọc trục trong thanh.

Trong trường hợp có một vết nứt thì phương trình tần số trùng với xấp xỉ bậc nhất và đó chính là phương trình tần số chính xác. Ở đây đã nghiên cứu chi tiết phương trình này và đã xây dựng một quy trình chẩn đoán một vết nứt bằng cách đo hai tần số riêng. Ở đây đã tính toán các điểm nứt tần số (là vị trí mà vết nứt xuất hiện tại đó không làm thay đổi tần số) và là cơ sở để chẩn đoán sơ bộ vị trí vết nứt trong thanh.

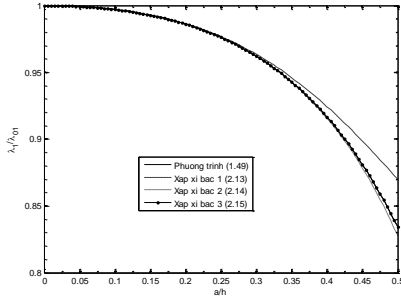
### CHƯƠNG III KẾT QUẢ SỐ VÀ THẢO LUẬN

#### 3.1. Ảnh hưởng của vết nứt (độ sâu, vị trí) đến tần số riêng

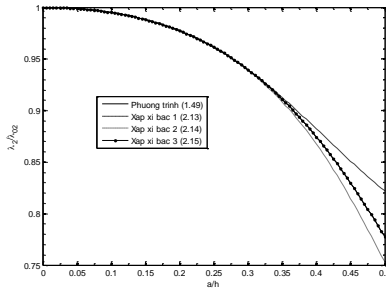
Xét thanh có số liệu sau: mô đun đàn hồi  $E = 7.2e^{10} \text{N/m}^2$ . Khối lượng riêng  $\rho = 2800 \text{ kg/m}^3$ . Hệ số Poisson  $\nu = 0.35$ , chiều rộng của thanh  $b = 0.006 \text{m}$ , chiều cao mặt cắt ngang của thanh  $h = 0.023 \text{m}$  và có chiều dài  $L = 0.235 \text{m}$ .



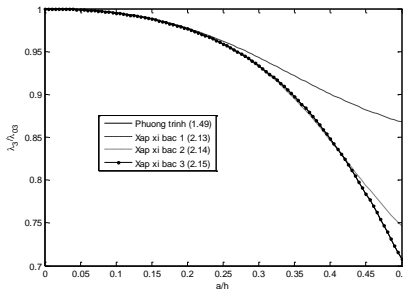
Hình 3.2. Ảnh hưởng của vị trí vết nứt lên ba tần số đầu tiên của thanh một đầu ngàm – một đầu tự do.



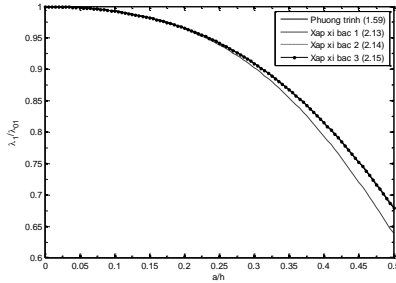
Hình 3.8. Kết quả tính toán so sánh ảnh hưởng của độ sâu vết nứt lên các tần số riêng thứ nhất đối với thanh hai đầu ngàm (3 vết nứt tại ba vị trí 0.2, 0.4 và 0.6).



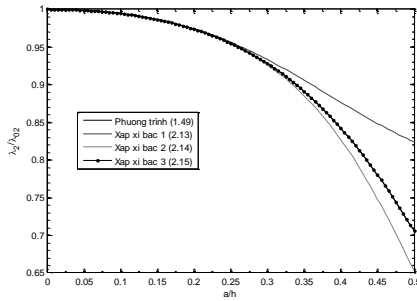
Hình 3.9. Kết quả tính toán so sánh ảnh hưởng của độ sâu vết nứt lên các tần số riêng thứ hai đối với thanh hai đầu ngàm (vết nứt tại vị trí 0.2, 0.4 và 0.6).



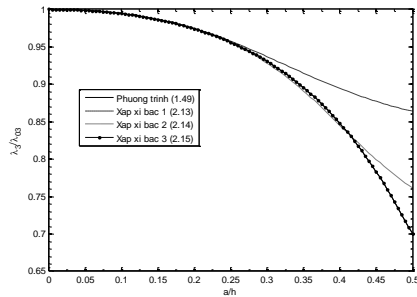
Hình 3.10. Kết quả tính toán so sánh ảnh hưởng của độ sâu vết nứt lên các tần số riêng thứ ba đối với thanh hai đầu ngàm (vết nứt tại vị trí 0.2, 0.4 và 0.6).



Hình 3.12. Kết quả tính toán so sánh ảnh hưởng của độ sâu vết nứt lên các tần số riêng thứ nhất đối với thanh hai đầu tự do (3 vết nứt tại ba vị trí 0.2, 0.4 và 0.6).

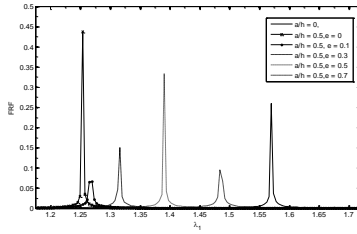


Hình 3.13. Kết quả tính toán so sánh ảnh hưởng của độ sâu vết nứt lên các tần số riêng thứ hai đối với thanh hai đầu tự do (3 vết nứt tại ba vị trí 0.2, 0.4 và 0.6).

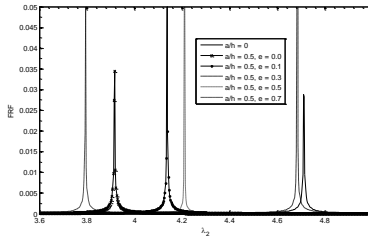


Hình 3.14. Kết quả tính toán so sánh ảnh hưởng của độ sâu vết nứt lên các tần số riêng thứ ba đối với thanh hai đầu tự do (3 vết nứt tại ba vị trí 0.2, 0.4 và 0.6).

### 3.2. Ảnh hưởng của vết nứt đến hàm đáp ứng tần số



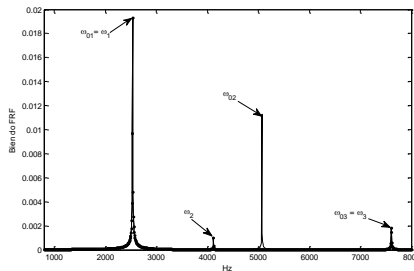
Hình 3.15. Ảnh hưởng của vị trí 1 vết nứt lên hàm đáp ứng tần số thứ nhất của thanh một đầu ngàm – một đầu tự do ( $a/h = 0.5$ , đặt lực tại  $x_0 = 1$ , điểm đo  $x = 1$ )



Hình 3.16. Ảnh hưởng của vị trí 1 vết nứt lên hàm đáp ứng tần số thứ hai của thanh một đầu ngàm – một đầu tự do ( $a/h = 0.5$ , đặt lực tại  $x_0 = 1$ , điểm đo  $x = 1$ )

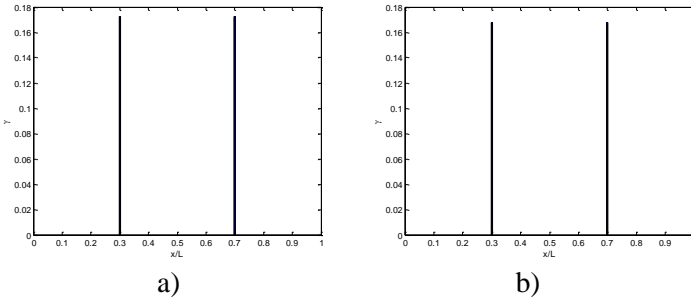
### 3.3. Kết luận

a) *Chẩn đoán một vết nứt trong thanh bằng đo hàm đáp ứng tần số giả định bằng lý thuyết*



Hình 3.20. Biên độ đáp ứng tần số (FRF) của thanh ngàm hai đầu với một vết nứt giả định tại  $e = 0.5$  với (đặt lực tại  $x_0 = 0.4$ , điểm đo  $x = 0.4$ ).

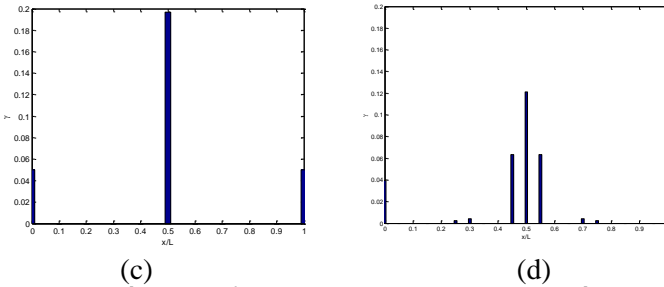
b) Chẩn đoán bằng tần số riêng – qui trình chẩn đoán



Hình 3.22. Kết quả chẩn đoán cho thanh ngàm hai đầu có 2 vết nứt giả định tại vị trí  $e_1=0.3$ ,  $e_2=0.7$  với giả thiết số phương trình bằng số ẩn.

a) Trị riêng (tần số) tính từ xấp xỉ bậc hai ( $\lambda_1=2.647044658$ ,  $\lambda_2=6.019655976$ ).

b) Trị riêng (tần số) tính từ xấp xỉ bậc nhất ( $\lambda_1=2.777560096$ ,  $\lambda_2=5.93453049$ ).



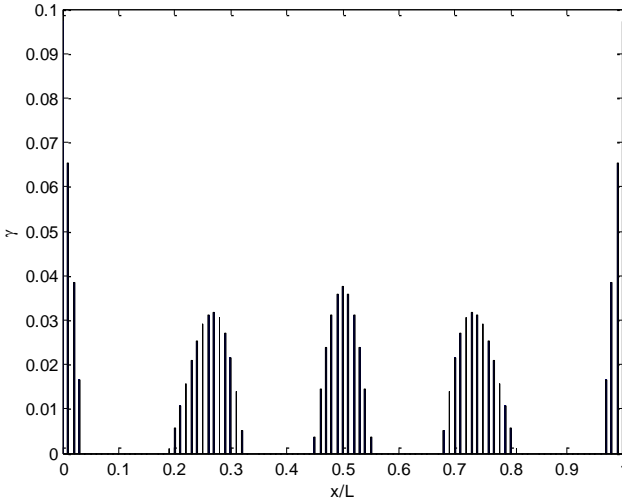
Hình 3.23. Kết quả chẩn đoán cho thanh ngàm hai đầu với 1 vết nứt giả định tại vị trí  $e = 0.5$ . (tần số chẩn đoán tính theo lý thuyết).

a) với lưới quét 1 điểm chia – một tần số đầu tiên.

b) với lưới quét 10 điểm chia – ba tần số đầu tiên.

c) với lưới quét 10 điểm chia – năm tần số đầu tiên.

d) với lưới quét 20 điểm chia – năm tần số đầu tiên.



Hình 3.24. Kết quả chẩn đoán cho thanh ngàm hai đầu có vết nứt tại vị trí  $e_1 = 0.3$  và  $e_2 = 0.7$  với lưới quét 100 điểm chia, sử dụng 5 tần số đầu tiên.

### 3.4. Kết luận Chương 3

Nghiên cứu ảnh hưởng của vị trí và độ sâu vết nứt qua các kết quả số ta thấy rằng: các kết quả nhận được phù hợp với kết quả đã biết. Điều đó chứng tỏ các phương trình tần số lập được trong luận văn này là đúng đắn. Vị trí các điểm nứt tần số trên các đồ thị hoàn toàn phù hợp với kết quả tính toán giải tích ở Chương 2. Những điểm nứt tần số là một kết quả mới cung cấp cho ta những dấu hiệu đầu tiên để xác định vị trí vết nứt.

Khi nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt đến hàm đáp ứng tần số chúng ta thấy rằng: vết nứt đã làm cho các đỉnh của hàm đáp ứng tần số bị tách ra và khoảng cách giữa chúng phụ thuộc vào độ sâu và vị trí vết nứt. Đây là một dấu hiệu quan trọng để chẩn đoán vết nứt bằng hàm đáp ứng tần số.

Kết quả giải thử nghiệm bài toán chẩn đoán vết nứt bằng tần số riêng nêu trên cho thấy hoàn toàn có thể xác định được vị trí các vết nứt sử dụng phương trình đặc trưng đã được thiết lập nêu trên và các tần số riêng đo được.



## KẾT LUẬN CHUNG

Kết quả chính đã nhận được trong luận văn này như sau:

1. Đã xây dựng được lý thuyết dao động dọc trục của thanh có nhiều vết nứt trong miền tần số sử dụng mô hình lò xo tương đương để mô tả vết nứt. Cụ thể là đã thiết lập được biểu thức hiển của phương trình tần số và hàm đáp ứng tần số của thanh với điều kiện biên tổng quát (bao hàm các điều kiện biên cố định và các liên kết đàn hồi). Đặc biệt, thiết lập được biểu thức của phương trình tần số ở dạng đa thức của độ lớn vết nứt. Phương trình này là công cụ hữu hiệu để chẩn đoán vết nứt bằng tần số riêng;
2. Đã xây dựng được thuật toán chẩn đoán đa vết nứt trong thanh bằng cách đo đặc tần số riêng của dao động dọc trục dựa trên phương pháp dò tìm vết nứt của GS. Nguyễn Tiến Khiêm kết hợp với phương pháp điều chỉnh Tikhonov để giải quyết vấn đề thiếu số liệu và sai số trong số liệu đo.
3. Đã nghiên cứu chi tiết ảnh hưởng của vết nứt đến tần số riêng, hàm đáp ứng tần số cho thanh với điều kiện biên cố định. Kết quả cho thấy các biểu thức, phương trình đã thiết lập được trong luận văn này là đúng đắn, có thể sử dụng trong tính toán và chẩn đoán vết nứt trong kết cấu.
4. Đã thử nghiệm phương pháp dò tìm vết nứt kết hợp với phương pháp điều chỉnh Tikhonov và kết quả nhận được minh chứng cho tính hiệu quả của lý thuyết đã được phát triển trong luận văn.
5. Vấn đề tìm số lượng vết nứt và chẩn đoán đa vết nứt cho thanh bằng dao động dọc trục vẫn chưa được giải quyết trọn vẹn trong luận văn này, nên đây là vấn đề còn phải nghiên cứu tiếp.

### **CÔNG BỐ CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN VĂN**

- 1- N.T. Khiem, L.K. Toan, N.T.L. Khue (2013) Change in mode shape nodes of multiple cracked bar: I. The theoretical study. *Vietnam Journal of Mechanics*, Vol. 35, No. 3, 175-188;
- 2- N.T. Khiem, L.K. Toan, N.T.L. Khue (2013) Change in mode shape nodes of multiple cracked bar: II. Numerical analysis. *Vietnam Journal of Mechanics*, Vol. 35, No. 4, 299-311.